



AFP®认证培训现场辅导

投资组合理论

说 明

本讲义讲述内容为课程中相对的重点难点以及学员疑问较多的知识点，不涵盖所有考试范围。

AFP认证考试范围应以当年《考试大纲》为准。

- 资产组合的收益与风险
 - 单一资产的收益与风险 (★)
 - 资产组合的收益与风险 (★)
- 有效集与投资者的选择
 - 资产组合有效集 (★)
 - 投资者的最优风险资产组合选择
- 风险资产与无风险资产的配置
 - 资本配置线
 - 资本市场线 (★)
 - 资本市场线与投资者选择 (★)

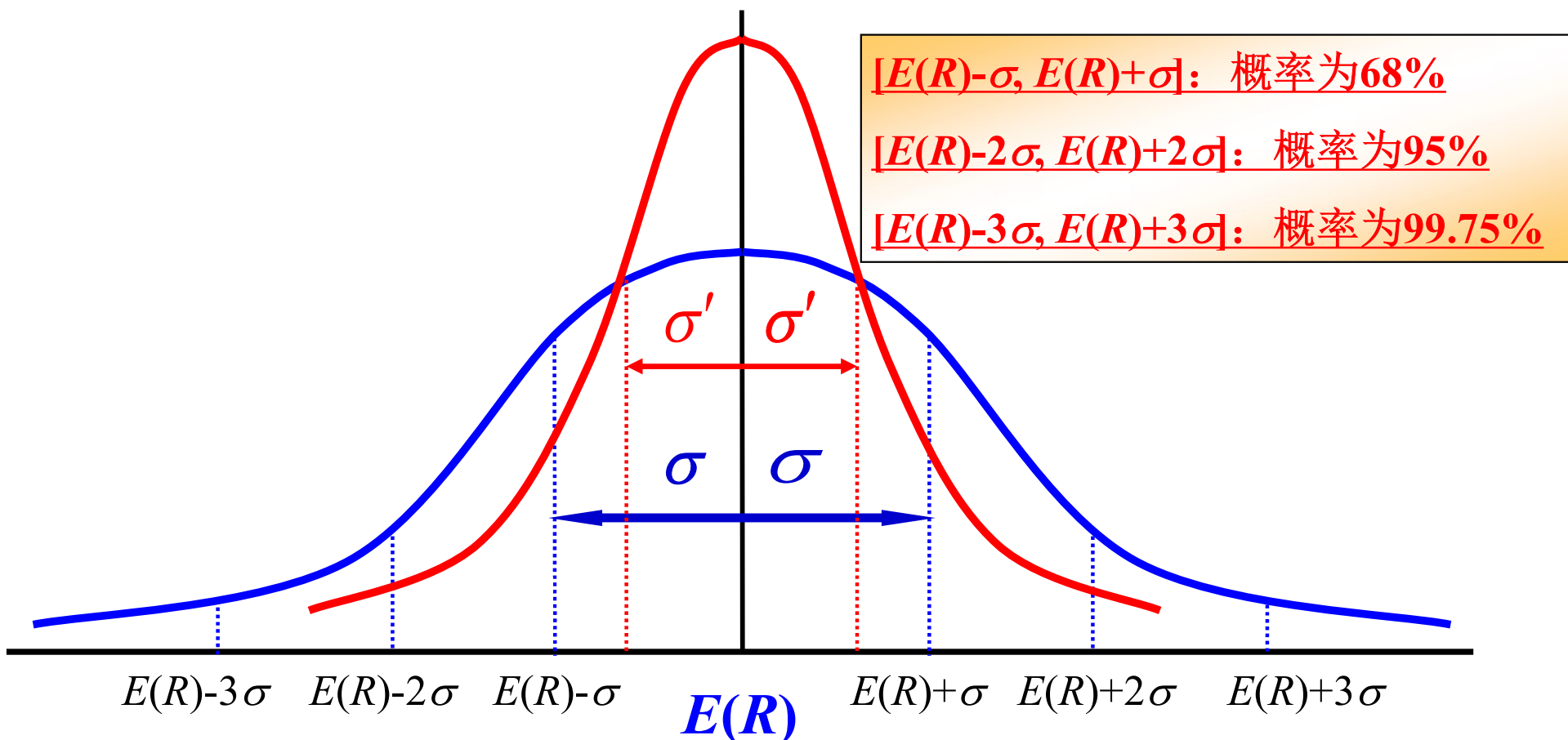
资产组合的收益与风险

- 单一资产收益与风险
- 资产组合的收益与风险

收益率的正态分布 (★)

■ 正态分布的特点

- 正态分布是左右对称的，且仅用均值和标准差即可衡量；
- 距离均值越近样本越多，距离均值越远样本越少；
- 样本越集中，样本方差越小，即表示投资风险越小。



- 某资产的历史收益率符合正态分布，该资产的平均收益率为15%，收益率的标准差为14%，则投资该资产盈利的概率（ ）。（收益率在区间 $[E(r)-\sigma, E(r)+\sigma]$ 发生的概率为68%；收益率在区间 $[E(r)-2\sigma, E(r)+2\sigma]$ 发生的概率为95%；收益率在区间 $[E(r)-3\sigma, E(r)+3\sigma]$ 发生的概率为99.75%）
 - A. 大于84%
 - B. 等于84%
 - C. 小于84%
 - D. 无法判断

- 答案：A
- 解析：根据题意，收益率在均值左右一个标准差内的概率为68%，即 $[1\%, 29\%]$ 之间为68%，那么收益率小于1%和收益率大于29%的概率都为 $(1-68\%)/2=16\%$ ，所以收益率大于等于1%的概率 $=1-16\%=84\%$ ，那么盈利的概率大于84%。

- 协方差反映的是两个变量协同变动的程度

$$Cov(x,y)=\sigma_{xy} = E[(R_x - E(R_x))(R_y - E(R_y))]$$

- 相关系数是对协方差的标准化

- 对所有的相关系数，均有： $-1 \leq \rho_{xy} \leq 1$
- 存在三种极端情况
 - 完全正相关（两种资产完全同步变化）： $\rho_{xy} = 1$
 - 完全负相关（两种资产完全反向变化）： $\rho_{xy} = -1$
 - 不相关（两种资产的变化之间没有关系）： $\rho_{xy} = 0$

■ 资产组合的预期收益率:

$$E(R_p) = w_1 E(R_1) + w_2 E(R_2)$$

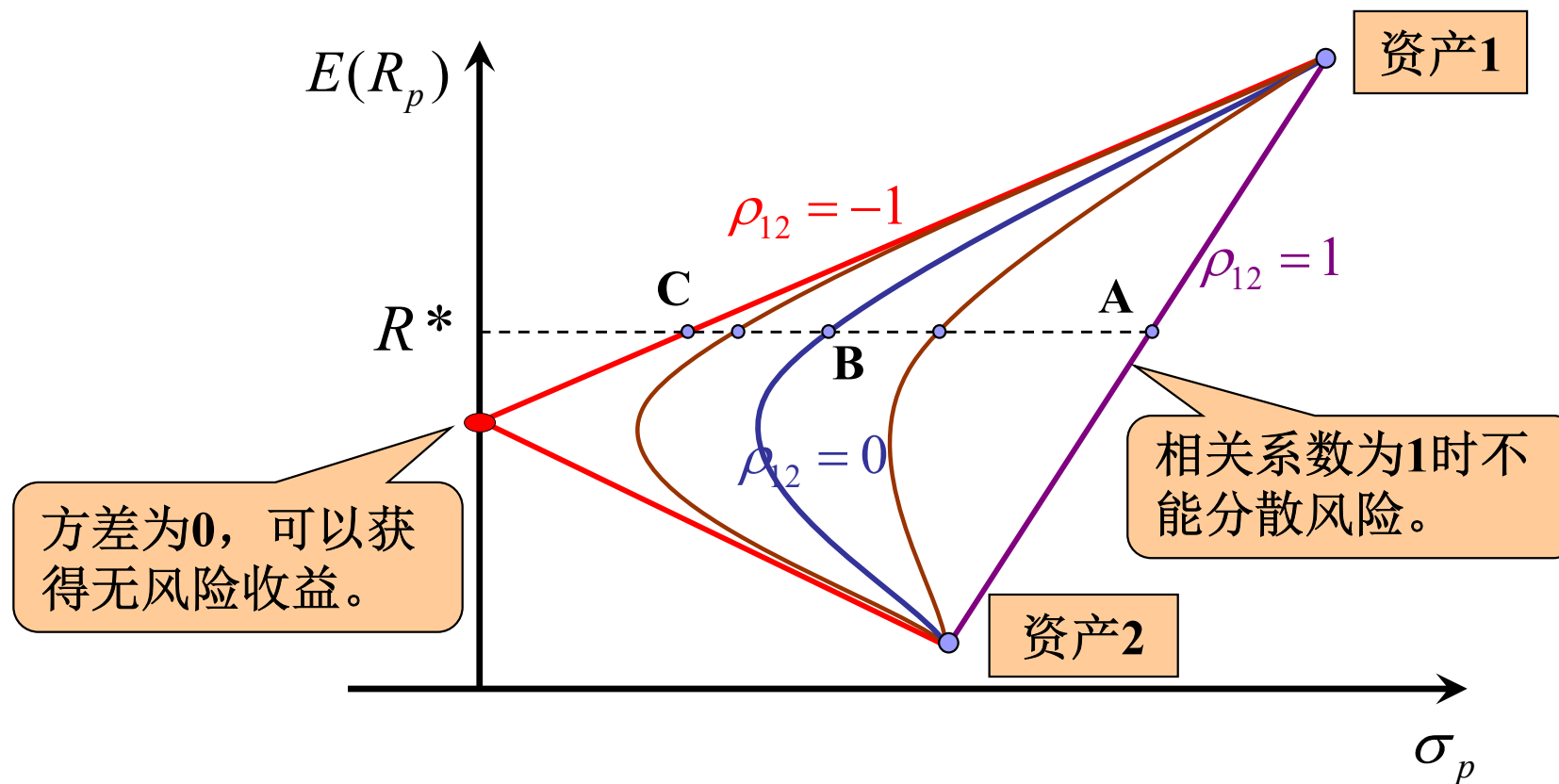
■ 资产组合的方差:

$$\begin{aligned}\sigma_p^2 &= w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2 \\ &= w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \sigma_{12}\end{aligned}$$

- 其中 w_1 和 w_2 是投资于两种资产的金额占自有资金的比重，且满足条件： $w_1 + w_2 = 1$ ；
- 协方差/相关系数的存在，使得分散风险成为可能；
- 相关系数越小，资产组合的方差越小，风险水平越低，因此运用资产组合可以分散风险。
- 当两资产中有一个资产为无风险资产时（假设资产2为无风险资产，则 $\sigma_2 = 0$ ），组合的标准差只跟风险资产有关，即

$$\sigma_p = w_1 \sigma_1$$

相关系数对资产组合的影响



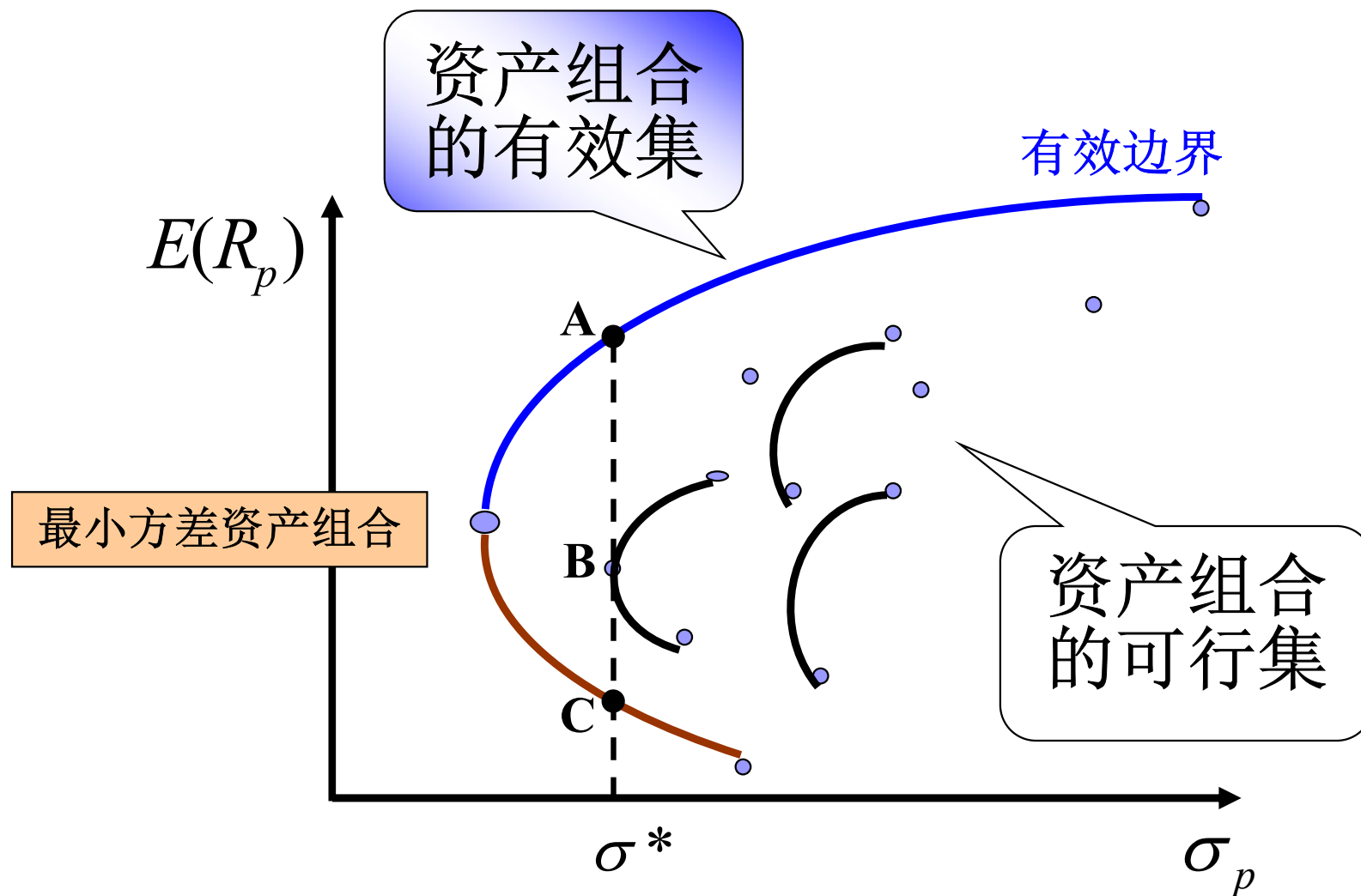
- $\rho_{12} = 1$ 时, $\sigma_p = w_1\sigma_1 + w_2\sigma_2$
- $\rho_{12} = 0$ 时, $\sigma_p = (w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2)^{1/2}$
- $\rho_{12} = -1$ 时, $\sigma_p = |w_1\sigma_1 - w_2\sigma_2|$

- 已知资产 A 与资产 B 的收益率的标准差分别为 15%和 10%，两种资产的收益率为完全正相关，由这两种资产构造成资产组合 C，其中资产 A 的比重为 70%，那么资产组合 C 的收益率的标准差（ ）。
 - A. 等于 13.5%
 - B. 大于 13.5%
 - C. 小于 13.5%且大于 10%
 - D. 小于等于 10%
- 答案：A
- 解析：资产组合C由资产A和资产B构成，其中资产A的比重为70%，则资产B的比重为30%。因为资产A和资产B的收益率是完全正相关的，所以资产组合C的标准差为 $w_A \times \sigma_A + w_B \times \sigma_B = 0.7 \times 0.15 + 0.3 \times 0.1 = 0.135$ 。答案为A。

有效集与投资者的选择

- 资产组合的有效集
- 投资者的最优风险资产组合选择

多个风险资产的可行集和有效集



小贴士：有效集上的点满足：相同风险水平下，收益率最高；相同收益率的情况下，风险最小。

- 现有三种资产，它们的收益和风险状况如下表所示。根据有效集的定义，这三种资产中**一定不在**有效集上的是（ ）。

资产	预期收益率	收益率标准差
X	10%	12%
Y	10%	9%
Z	12%	12%

A. 资产X

B. 资产Y

C. 资产Z

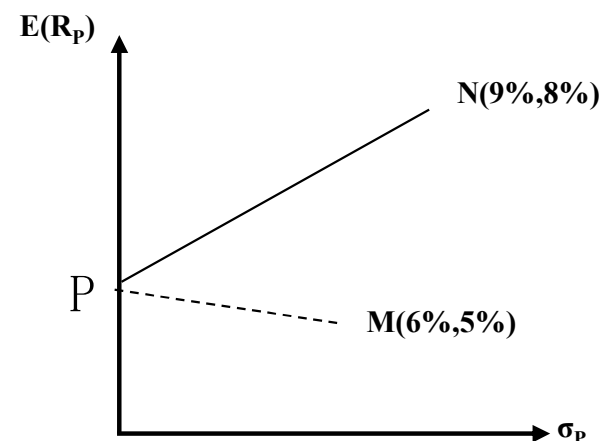
D. 资产X和Y

- 答案：**A**

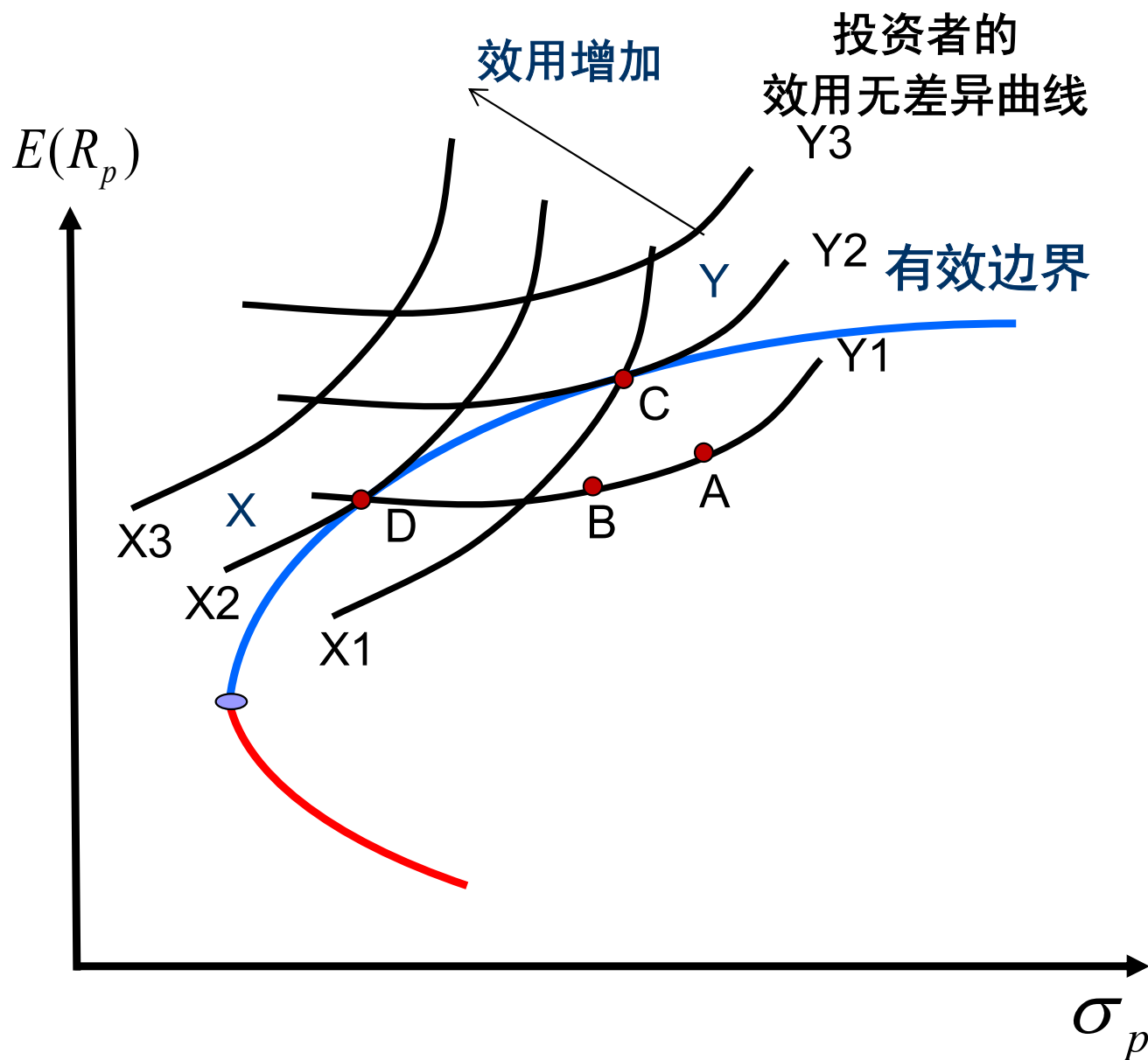
- 已知基金 M 的预期收益率和标准差分别为 5%和 6%；基金 N 的预期收益率和标准差分别为 8%和 9%，两者的相关系数为-1。下列由基金 M 和基金 N 构造的资产组合中，在有效集内的是（ ）。
- A. 基金 M 占 90%，基金 N 占 10%
- B. 基金 M 占 70%，基金 N 占 30%
- C. 基金 M 占 80%，基金 N 占 20%
- D. 基金 M 占 50%，基金 N 占 50%

■ 答案：D

- 解析：M和N的相关系数为-1，则存在资产组合P，其标准差为0（最小方差组合点），即： $|w_M \times \sigma_M - (1 - w_M) \times \sigma_N| = 0$ ， $w_M \times 6\% = (1 - w_M) \times 9\%$ ，求得 $w_M = 60\%$ ，坐标中P到N的实线部分为资产组合的有效集，所以基金N的比重要大于40%，基金M的比重要小于60%，只有D符合。



投资者的最优风险资产组合选择



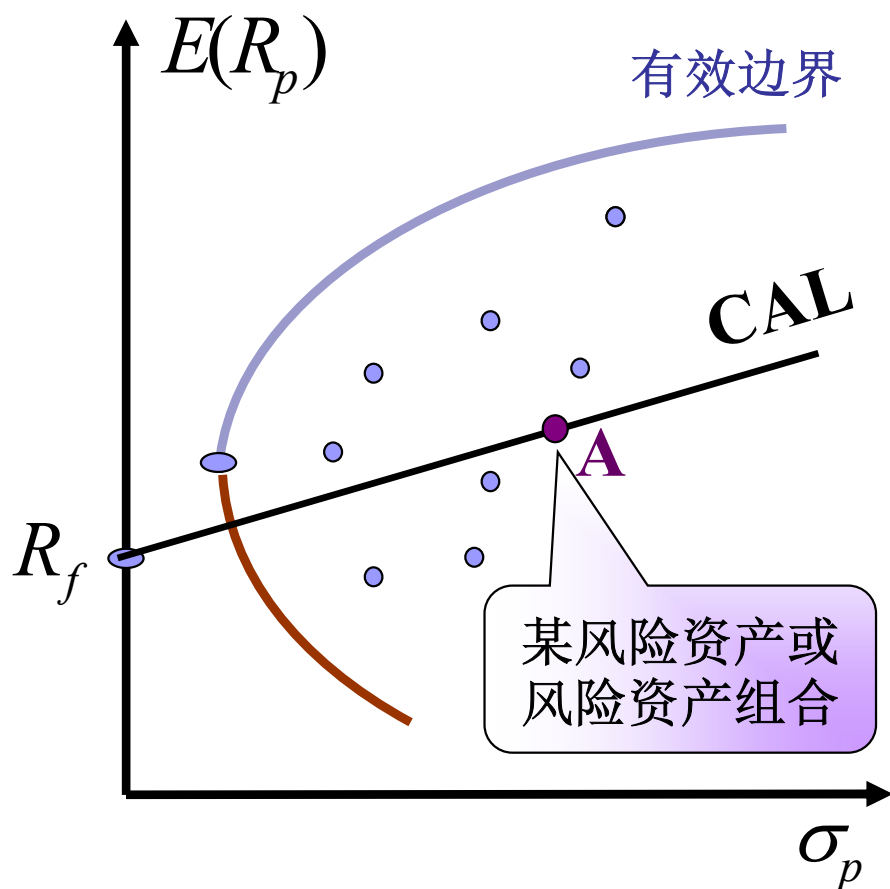
- X1-X3为投资者X的效用无差异曲线簇，效用 $X3 > X2 > X1$
- Y1-Y3为投资者Y的效用无差异曲线簇，效用 $Y3 > Y2 > Y1$
- A点、B点、D点的组合，对于投资者Y的效用相同
- C点和D点的组合，投资者X、Y都可以达到，但投资者X会选择D点，Y会选择C点
- 投资者的最优风险组合选择是有效边界与效用无差异曲线的切点

风险资产与无风险资产的配置

- 资本配置线
- 资本市场线
- 资本市场线与投资者选择

资本配置线 (CAL)

- **资本配置线**：以无风险资产与可行集内任意风险资产或风险资产组合构造资产组合。



- 由无风险资产和一个风险资产组合A共同构成的新的资产组合的收益率和风险分别是

$$E(R_p) = w_f R_f + w_A E(R_A)$$

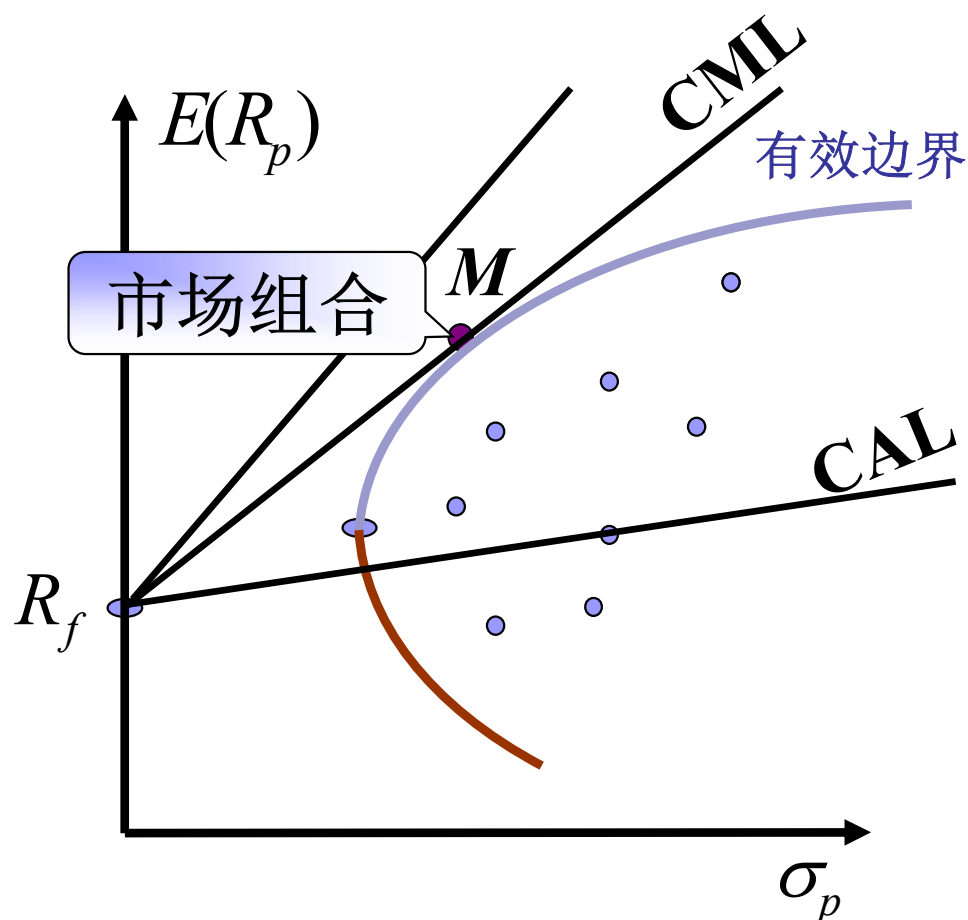
$$\sigma_p = w_A \sigma_A$$

- 这些点落在同一条直线上，称之为资本配置线 (CAL)。

$$E(R_p) = R_f + \frac{E(R_A) - R_f}{\sigma_A} \sigma_p$$

资本市场线 (CML) (★)

- **资本市场线**：所有资本配置线中**最陡**的一条



- 资本市场线与有效边界的切点称为市场组合M；
- CML的方程为：
$$E(R_p) = R_f + \frac{E(R_M) - R_f}{\sigma_M} \sigma_p$$
- 相同预期收益下，CML上的点比有效边界上的点风险更低，因此比有效边界更好；
- 市场上存在无风险资产时，所有投资者将会在资本市场线上选择自己的资产组合。

- 一年期国库券（视为无风险资产）的预期收益率为 5%，市场组合的**风险溢价**为 7%，标准差为 14%，某有效资产组合的预期收益率为 21%，根据资本市场线，该资产组合的标准差为（ ）。

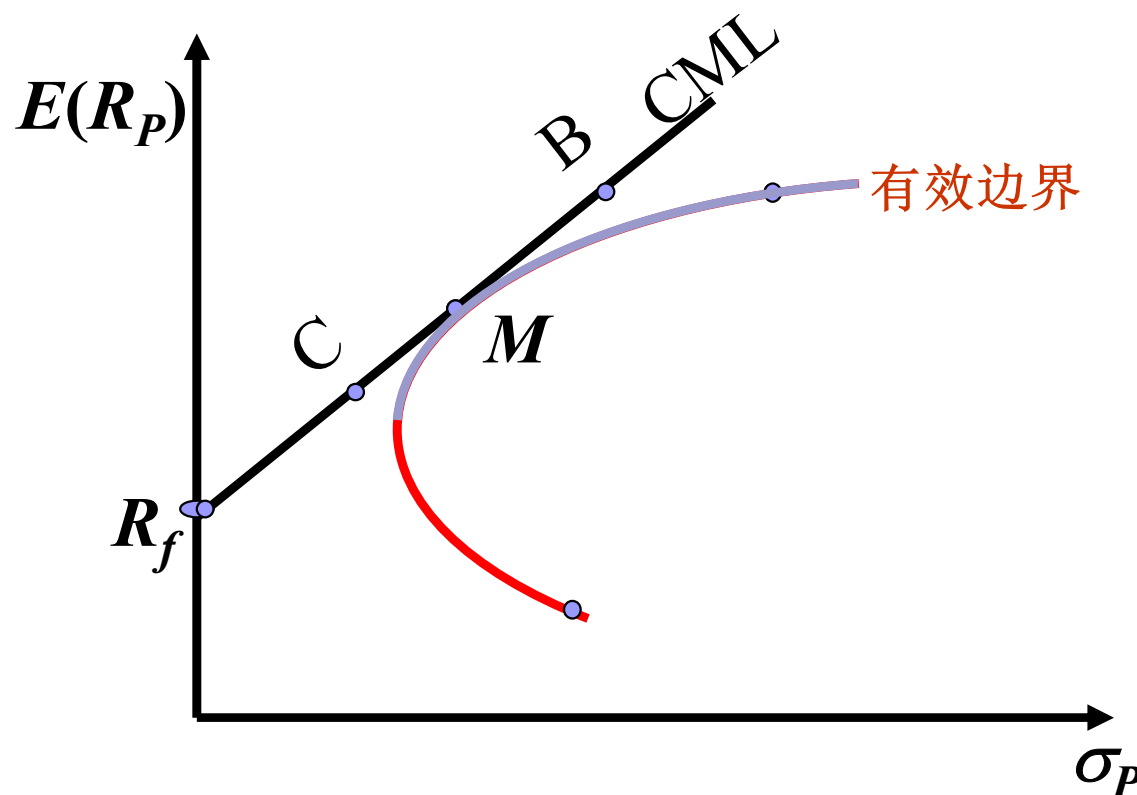
- A. 26%
- B. 30%
- C. 32%
- D. 28%

- 答案：C

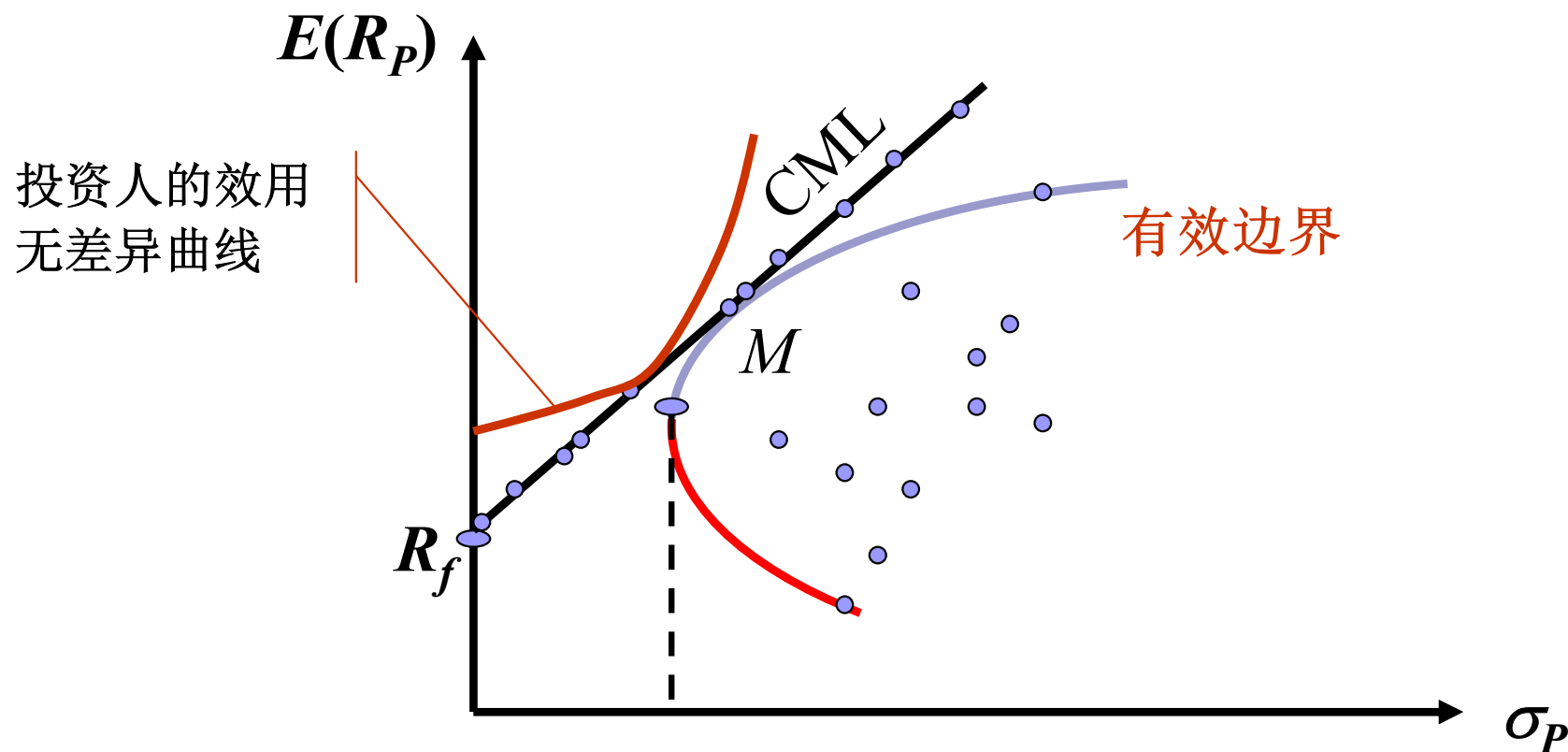
- 解析：由无风险资产和市场组合构成的组合是有效的，位于资本市场线上，则满足 $21\% = 5\% + 7\% / 14\% \times \sigma_p$ ，求得 $\sigma_p = 32\%$

资本市场线与投资者选择 (★)

- 不同投资者可根据自己风险属性在资本市场线上选择自己的资产组合。
- 对于风险承受能力强、偏爱高风险的投资者，可在CML的右上方选择自己的资产组合，例如B点，全部资金投资于风险资产组合后，还可以按无风险利率借入资金投资于风险资产。
- 对于风险承受能力弱、偏爱低风险的投资者，可将全部资金分为两部分：一部分投资于无风险资产，一部分投资于风险资产。相应的资产组合处于CML的左下方，例如C点。



资本市场线与投资者选择 (★)

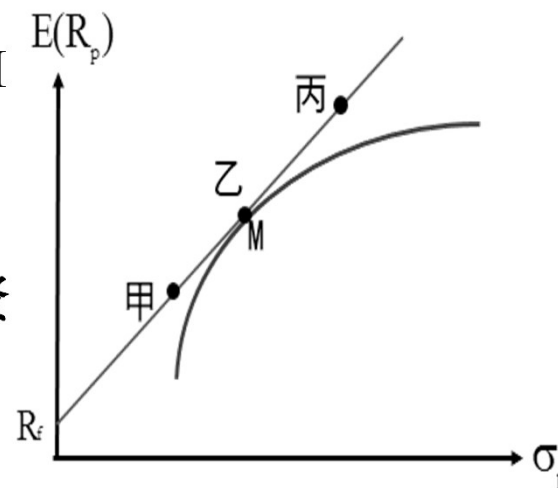


- 根据自身风险偏好，在资本市场线上选择一个由无风险资产与市场组合构造的资产组合，该资产组合要求使投资者的效用满足程度最高，即无差异曲线与资本市场线上的切点。

- 理财师小张的三位客户甲、乙、丙中，甲的风险厌恶程度最高，丙的风险厌恶程度最低。三位客户都可以以无风险利率借贷资金，小张利用一年期国库券（视为无风险资产）与沪深 300 指数基金（视为市场组合）为三位客户分别构造了与他们风险偏好相适应的有效投资组合。客户乙的投资组合是将自有资金全部投资于沪深 300 指数基金，且没有借贷资金。下列说法正确的是（ ）。
 - A. 甲在一年期国库券上的投资比例最小
 - B. 甲借入了资金投资沪深 300 指数基金
 - C. 为丙构造投资组合时未借入资金
 - D. 丙在沪深 300 指数基金上的投资比例最大

■ 答案：D

- 解析：根据题意可以知道，乙的投资组合恰好位于M点，甲的风险厌恶程度较高，所以位于乙的左下方，投资无风险资产的比例最大；而丙的风险厌恶程度最低，所以位于乙的右上方，会以无风险利率借入资金投入在市场组合上。



1. 单个资产收益率服从正态分布，则有

$[E(R) - \sigma, E(R) + \sigma]$: 概率为68%

$[E(R) - 2\sigma, E(R) + 2\sigma]$: 概率为95%

$[E(R) - 3\sigma, E(R) + 3\sigma]$: 概率为99.75%

2. 资产组合的预期收益率为: $E(R_p) = w_1 E(R_1) + w_2 E(R_2)$

资产组合的标准差为:

(1) 相关系数 $\rho = -1$ 时, $\sigma_p = |w_1 \sigma_1 - w_2 \sigma_2|$

(2) 相关系数 $\rho = 1$ 时, $\sigma_p = w_1 \sigma_1 + w_2 \sigma_2$

(3) 组合中有一个资产为无风险资产时（假设为资产2），组合的标准差只与风险资产有关，即 $\sigma_p = w_1 \sigma_1$

3. 资产组合的有效集上的点满足: 相同风险水平下，收益率最高；相同收益率的情况下，风险最小。

4.投资者的最优风险组合选择是有效边界与效用无差异曲线的切点，引入无风险资产后，投资者的最优选择是资本市场线与效用无差异曲线的切点。

5.资本市场线是所有资本配置线中最陡的一条。满足：

$$E(R_p) = R_f + \frac{E(R_M) - R_f}{\sigma_M} \sigma_p$$

知识产权声明

本教学资源全部知识产权（含已登记软件著作权）归属本机构，受中国法律保护，有专业法律团队维权；未经授权，不得以任何目的（包括但不限于学习、研究等非商业用途）修改、使用、复制、传播；侵权者将可能面临严重法律后果。

自由 自主 自在

